

APELLIDOS:

NOMBRE:

DNI:

GRUPO: ..

1. Sea
- $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$
- la transformación lineal definida por

$$T(x, y, z) = (x + y - 2z, x - 2y + z, 2x - y - z)$$

- a. (5 puntos) Halla una base del núcleo y de la imagen de
- T
- . ¿Cuáles son sus dimensiones?

RESPUESTA: $\begin{cases} \text{Núcleo, dim} = & ; \text{base:} \\ \text{Imagen, dim} = & ; \text{base:} \end{cases}$

JUSTIFICACION:

- b. (3 puntos) ¿Es
- T
- inyectiva? ¿es
- T
- sobre?

RESPUESTA:

JUSTIFICACION:

- c. (3 puntos) Halla todos los
- $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
- tales que
- $T(x, y, z) = (1, -1, 0)$
- .

RESPUESTA:

JUSTIFICACION:

2. Se tiene $A = LU$ con

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 5 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 1 & -6 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ * & * & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & * & 1 \\ 0 & 0 & 0 & * & 3 \end{bmatrix}$$

a. (3 puntos) Completa L y U , es decir, sustituye los $*$ por sus valores.

$$\text{RESPUESTA:} \quad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

b. (4 puntos) Sin calcular b , encuentra UNA solución de $Ax = b$, sabiendo que $L \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} = b$.

$$\text{RESPUESTA:} \quad z = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

JUSTIFICACION:

c. (3 puntos) Explica si hay o no más soluciones; en caso afirmativo, escribe todas.

RESPUESTA:

JUSTIFICACION:

3. En cada uno de los siguientes apartados, explica por qué es cierta la afirmación, o da un EJEMPLO que muestre que es falsa (A, B son matrices).

a. (3 puntos) Si las columnas 2 y 3 de B coinciden, también coinciden las columnas 2 y 3 de AB .

RESPUESTA: (TACHA la que no sirva): cierto / falso

JUSTIFICACION:

b. (2 puntos) Si las filas 2 y 3 de B coinciden, también coinciden las filas 2 y 3 de AB .

RESPUESTA: cierto / falso

JUSTIFICACION:

c. (2 puntos) Si las filas 2 y 3 de A coinciden, también coinciden las filas 2 y 3 de AB .

RESPUESTA: cierto / falso

JUSTIFICACION:

d. (3 puntos) $(AB)^2 = A^2B^2$.

RESPUESTA: cierto / falso

JUSTIFICACION:

4. Se considera la matriz $n \times n$ (para $n \geq 4$) cuyos elementos son los n^2 enteros consecutivos $1, 2, \dots, n^2$ escritos en sucesión por filas; la llamaremos M_n .

a. (3 puntos) Escribe la matriz M_4 y halla su rango.

RESPUESTA: $M_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}$; $\text{rango}(M_4) =$

JUSTIFICACION:

b. (4 puntos) Determina el rango de M_n .

RESPUESTA: $\text{rango}(M_n) =$

JUSTIFICACION:

c. (3 puntos) Halla el determinante de M_n .

RESPUESTA: $\det(M_n) =$

JUSTIFICACION: