

APELLIDOS: **SE DA MAS DE UNA POSIBLE "JUSTIFICACION".**NOMBRE: **(Bastaba dar UNA).**

DNI: .....

GRUPO: .....

3. Sea  $A$  una matriz NO necesariamente cuadrada,  $b$  una de sus columnas; sea  $I$  una matriz identidad del tamaño adecuado en cada caso.

a. (5 puntos) Bajo estas hipótesis, la ecuación  $Ax = b$  tiene necesariamente solución.

CIERTO

FALSO

JUSTIFICACION:

Si  $b$  es la col.  $j$  de  $A$ , una solución es el vector unidad  $e_j$ .

$Ax = b$  tiene solución si  $b \in \text{Im } A = \text{Gen}\{\text{col de } A\}$ , lo que es cierto en nuestro caso.

b. (7 puntos) Si hay una matriz  $C$  que cumple  $CA = I$ , la ecuación  $Ax = b$  tiene solución única.

CIERTO

FALSO

JUSTIFICACION:

$$\left. \begin{array}{l} CA = I \\ Ax = b \end{array} \right\} \Rightarrow x = CAx = Cb$$

Si la composición  $CA$  es inyectiva (con eso basta...), la primera función que actúa, que es  $A$ , tiene que ser inyectiva, que equivale a la unicidad de la solución.

c. (8 puntos) Si hay una matriz  $C$  que cumple  $AC = I$ , la ecuación  $Ax = b$  tiene solución única.

CIERTO

FALSO

JUSTIFICACION:

En cambio, la composición  $AC$  puede ser la identidad sin que  $A$  sea inyectiva: por ejemplo

$$\mathbb{R} \xrightarrow{C} \mathbb{R}^2 \xrightarrow{A} \mathbb{R} \quad \text{con } C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, A = [1, 0]$$

Contraejemplo:

Cualquiera  $A = [B | 0]$ ,  $C = \begin{bmatrix} B^{-1} \\ D \end{bmatrix}$ , donde  $B, B^{-1}, D, 0 (= \text{"cero"})$  son bloques.

d. (5 puntos) Si hay un vector  $z \neq 0$  que cumple  $Az = 0$ , la ecuación  $Ax = b$  tiene solución única.

CIERTO

FALSO !!

JUSTIFICACION:

Si  $x$  es UNA solución,  $x+z$  es OTRA.

Si  $Ax = b$  tiene sol. única,  $\text{Ker } A$  no puede contener un  $z \neq 0$ , como en este caso.

Notese: esta vez no sólo es "FALSA" la afirmación que se hace, sino que lo contrario es cierto! Como además ese es un "punto básico" de la teoría, esta vez no "bastaba" con dar un contraejemplo.