

Ingeniería Informática
Álgebra II

Examen Parcial N 1
Modelo N 4

20.03.2002

1. Sea $A \cdot x = b$ un sistema lineal con A una matriz $n \times n$ y $b \neq 0$.

Supongamos

(1) b es una de las columnas de A ,

o

(2) b es una de las filas de A .

Marcar la respuesta correcta.

- a) En el caso (1) el sistema puede tener o no tener solución, y en el caso (2) siempre tiene solución;
- b) En los dos casos, (1) y (2), el sistema nunca tiene solución;
- c) En el caso (1) el sistema siempre tiene solución y en el caso (2) puede tener solución o no tenerla;
- d) En los dos casos, (1) y (2), el sistema siempre tiene al menos una solución;
- e) Todas las respuestas son falsas.

2. Sea A una matriz del orden $m \times n$ y E_{ks} es la matriz elemental cuadrada $m \times m$ tal que en la intersección de la fila k y la columna s esta 1 y todos los demás elementos son iguales a cero. Sea I_m la matriz unidad del orden $m \times m$.

Entre afirmaciones a)-d) indicar la que no es correcta ó en el caso contrario indicar la respuesta e).

- a) $(I_m - E_{kk} - E_{ss}) \cdot A, k \neq s$ es una matriz del orden $m \times n$ que se obtiene de la matriz A igualando todos los elementos de las filas k y s a cero;
- b) $(I_m - E_{kk} - E_{ks}) \cdot A, k \neq s$ es una matriz del orden $m \times n$ que se obtiene de la matriz A igualando todos los elementos de las filas k y s a cero;
- c) $(I_m - E_{kk}) \cdot A$ es una matriz del orden $m \times n$ que se obtiene de la matriz A igualando todos los elementos de la fila k a cero;
- d) $(I_m - E_{kk} - E_{ss} + E_{ks} + E_{sk}) \cdot A, k \neq s$ es una matriz del orden $m \times n$ que se obtiene de la matriz A igualando todos los elementos de las filas k y s a cero;
- e) Todas las afirmaciones a)-d) son ciertas.

3. Una base del subespacio de \mathbb{Q}^3

$$W = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{Q}^3 : x_1 + x_2 - x_3 = 0; x_1 + x_3 + 2x_3 = 0\}$$

es:

- a) $\{(1, 1, 0), (1, -1, 0)\}$;
- b) $\{(1, 2, 0)\}$

- c) $\{(1, -1, 0)\}$;
- d) $\{(1, 1, 0)\}$;
- e) ninguna de las anteriores.

4. Entre afirmaciones a)–d) indicar la que no es correcta ó en el caso contrario indicar la respuesta e).

- a) Si $X \in \mathbb{Q}^n$ y $Y \in \mathbb{Q}^n$ son linealmente independientes entonces $X + Y$ y $X - Y$ son también linealmente independientes;
- b) Sean X_1, X_2, X_3, X_4 como en c) entonces $X_1 + X_2 + X_3 + X_4$, $X_1 + X_2 - X_3 - X_4$, $X_1 + X_2$, y $X_3 - X_4$ son linealmente dependientes;
- c) Los vectores $X_1 = (1, 1, 0, 0)$, $X_2 = (0, 1, 1, 0)$, $X_3 = (0, 1, 0, 1)$ y $X_4 = (1, 0, 0, 1)$ constituyen una base de \mathbb{Q}^4 ;
- d) Si $X \in \mathbb{Q}^n$, $Y \in \mathbb{Q}^n$, $Z \in \mathbb{Q}^n$ son linealmente independientes entonces $X + Y + Z$, $X - Y + Z$ y $X + Z$ son también linealmente independientes.
- e) Todas las afirmaciones a)–d) son ciertas.

5. Sea $S \subset \mathbb{Q}^n$ un subconjunto finito y $E_1 := \langle S \rangle \subset \mathbb{Q}^n$ el subespacio generado por S . Marcar la respuesta correcta.

- a) Si S es libre (los elementos son linealmente independientes) entonces todo subconjunto de E_1 que contenga a S es libre y todo subconjunto de E_1 que contenga a S es generador de E_1 ;
- b) Si S es libre todo conjunto contenido en S es libre y todo subconjunto de E_1 que contenga a S es generador de E_1 ;
- c) Si S es libre entonces el conjunto S se reduce al vector cero;
- d) Si S es libre entonces S no puede ser generador de E_1 ;
- e) Todas las respuestas son falsas.

6. Sean X_1, X_2 vectores de \mathbb{Q}^n linealmente independientes. Entonces, para cualquier $X_3 \in \mathbb{Q}^n$, la dimensión del subespacio

$$W = \langle X_1, X_1 + X_2, X_1 + X_2 + X_3 \rangle$$

es:

- a) igual a dos;
- b) no menor que dos;
- c) no mayor que dos;
- d) igual a tres;
- e) ninguna de las anteriores.