

Ingeniería Informática
Álgebra II

Examen Parcial N 2
Modelo N 2

9.04.2002

1. Hallar $s = 2a$, donde a es el área del triángulo en \mathbb{R}^3 con vértices en $(4,2,3)$, $(2,0,3)$ y $(5,6,3)$.

- | | |
|-------------------------------|-------|
| a) 3; | b) 6; |
| c) 4; | d) 5; |
| e) ninguna de las anteriores. | |

2. Sea $A \cdot x = b$ un sistema no homogéneo de ecuaciones lineales, con A una matriz $n \times n$, $n \geq 4$, x el vector columna de incógnitas y $b \neq 0$ el vector de términos independientes.

Supongamos, además, que el sistema tiene, al menos, 2 soluciones linealmente independientes.

Entre los siguientes enunciados marcar el que sea verdadero.

- a) Para toda matriz A , $\text{rango}(A) \leq 2$, y se pueden encontrar ejemplos con $\text{rango}(A) = 2$.
- b) Para toda matriz A , $\text{rango}(A) \leq n$, y se pueden encontrar ejemplos con $\text{rango}(A) = n$.
- c) Para toda matriz A , $\text{rango}(A) \leq n - 1$, y se pueden encontrar ejemplos con $\text{rango}(A) = n - 1$.
- d) Para toda matriz A , $\text{rango}(A) \leq n - 2$, y se pueden encontrar ejemplos con $\text{rango}(A) = n - 2$.
- e) Ninguna de las anteriores.

3. Sea V un espacio vectorial de dimensión finita n y $T : V \rightarrow V$, $S : V \rightarrow V$, aplicaciones lineales.

Entre los siguientes enunciados marcar el verdadero:

- a) $\dim(V) = \dim(\text{Núcleo}T) + \dim(\text{Imagen}S)$.
- b) Si ST es invertible no es necesario que T y S sean invertibles a la vez.
- c) Si $ST = I$, donde I es la identidad no es necesario que $TS = I$.
- d) Si $u_1, u_2, \dots, u_n \in V$ son linealmente independientes entonces

$$T(u_1), T(u_2), \dots, T(u_n) \in V$$

también son linealmente independientes.

- e) Si todo vector de E es la suma de un vector del núcleo de T y un vector de la imagen de T , entonces el núcleo de T y la imagen de T tiene intersección el subespacio 0.
-

4. Entre los siguientes enunciados marcar el que sea falso:

- a) Existen matrices A con coeficientes racionales, tamaño $n \times n$, e invertibles y escalares $1 \neq \lambda \in \mathbb{Q}$ tales que para algún n , $n \geq 3$

$$\det(\lambda \cdot A) = \det(A).$$

- b) Existen matrices no nulas, A y B , de tamaño $n \times n$, $n \geq 2$ y tales que

$$\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$$

- c) El determinante de una matriz (a_{ij}) ($1 \leq i, j \leq n$) con $a_{ij} = a$ para todo i, j , es nulo.

- d) El determinante de una matriz (a_{ij}) , con n filas y n columnas y $n \geq 2$, y entradas $a_{ij} = 1$ para todo $i + j = n + 1$ y $a_{ij} = 0$ para todo $i + j \neq n + 1$, es $(-1)^{n+1}$.

- e) Ninguna de las anteriores.

5. Hallar la dimensión del conjunto de vectores $\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7\}$, donde

$$\begin{aligned} X_1 &= (1, 1, 1, 1, 1, 1, -1/2) & X_2 &= (1/2, 1, -1, 1, 1, -1, -1/2) \\ X_3 &= (1/4, 1, 1, 1, 1, -1, -1/4) & X_4 &= (0, 0, 0, 1, 1, 1, 1) \\ X_5 &= (0, 0, 0, 1/2, 1, -1, -1/2) & X_6 &= (0, 0, 0, 1/4, 1, 1, 1/4) \\ X_7 &= (0, 0, 0, 1/8, 1, -1, -1/8) \end{aligned}$$

a)7;

b)6;

c)5;

d)1;

e) ninguna de las anteriores.

6. Hallar la matriz inversa A^{-1} de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

y determinar cuantos elementos de la matriz A^{-1} coinciden con respectivos elementos de la matriz

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

a)0;

b)13;

c)10;

d)7;

e) ninguna de las anteriores.