

|₁ |₂

EXAMEN DE ÁLGEBRA II. Primero de Ingeniería Informática.
 APELLIDOS (legibles, POR FAVOR!):
 NOMBRE:

Final, 11/9/03

DNI: GRUPO: .

1. La matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ da una función lineal de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m , con Imagen de $\dim = r$ y Núcleo de $\dim = d$.

a. (6 puntos) ¿Cuánto valen n, m, r, d ?

RESPUESTA: $n =$, $m =$, $r =$, $d =$

EXPLICACION:

Sea A la matriz de arriba, B una cierta matriz 4×4 , y b la primera columna de B .

Para cada una de las siguientes afirmaciones, decir si es cierta o si puede ser falsa:

(TACHAR lo que NO valga)

b. (6 puntos) "El número de soluciones del sistema $Ax = c$ depende de cuál sea el vector c ". Cierto / Falso

EXPLICACION:

c. (6 puntos) "Todas las soluciones x del sistema $Bx = b$ cumplen también $ABx = Ab$ ". Cierto / Falso

EXPLICACION:

d. (7 puntos) "Todas las soluciones x del sistema $ABx = Ab$ cumplen también $Bx = b$ ". Cierto / Falso

EXPLICACION:

2. Sea K el núcleo de la función lineal de matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a. (7 puntos) Dar una base B de \mathbb{R}^3 formada por una base ortogonal de K y otra de su ortogonal, K^\perp .

RESPUESTA: base de $K = \{ \quad \quad \quad \}$, base de $K^\perp = \{ \quad \quad \quad \}$
EXPLICACION:

b. (9 puntos) Respecto de esa base B , decir cuál es la matriz de la función lineal $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ que aplica cada vector x en su proyección ortogonal $\text{proy}_K(x)$ sobre el subespacio K .

RESPUESTA: $\begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$

EXPLICACION:

c. (9 puntos) Dar la matriz de esa misma función respecto de la base canónica de \mathbb{R}^3 .

RESPUESTA: $\begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$

EXPLICACION:

la la
APELLIDOS (legibles, POR FAVOR!):

DNI:

3. Sea q la forma cuadrática en \mathbb{R}^3 dada por: $q(x, y, z) = x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2$.

a. (5 puntos) Escribe la matriz A de la forma cuadrática.

RESPUESTA:

$$A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

EXPLICACION:

b. (8 puntos) Encuentra una matriz ortogonal P tal que $P^T A P$ sea una matriz diagonal.

RESPUESTA:

$$P = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

EXPLICACION:

c. (7 puntos) Escribe la forma cuadrática q sin términos cruzados utilizando P .

RESPUESTA:

EXPLICACION:

d. (5 puntos) ¿Es q definida positiva, semidefinida positiva, definida negativa, semidefinida negativa o indefinida?

RESPUESTA:

EXPLICACION:

4. Sea A una matriz inversible, y λ un autovalor de A . Para cada una de las siguientes afirmaciones, di si es cierta o falsa; si es cierta, explica por qué; si es falsa, da un contraejemplo. (TACHAR lo que NO valga)

a. (5 puntos) λ es necesariamente distinto de 0.

Cierto / Falso

EXPLICACION:

b. (5 puntos) Si v es autovector de A de autovalor λ , $2v$ es autovector de A de autovalor $\lambda/2$.

Cierto / Falso

EXPLICACION:

c. (5 puntos) Si v es autovector de A de autovalor λ , v es autovector de $A + A$ de autovalor 2λ .

Cierto / Falso

EXPLICACION:

d. (5 puntos) $1/\lambda$ es autovalor de A^{-1} .

Cierto / Falso

EXPLICACION:

e. (5 puntos) Si $\lambda \neq \pm 1$, λ no puede ser autovalor de A^{-1} .

Cierto / Falso