

Álgebra I
Primero de Ingeniería Informática
Curso 2000-2001
Examen Septiembre de 2001

1. [3 puntos] Responder si son ciertos o falsos los siguientes enunciados:

- a) Para cualesquiera conjuntos A , B y C se tiene que $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
d) Si $f : \mathbb{Z} \mapsto \mathbb{Z}$ es estrictamente creciente (es decir, $f(n) < f(m)$ si $n < m$), entonces f es sobreyectiva.
b) Una relación \mathcal{R} definida en un conjunto no vacío X no puede ser a la vez de equivalencia y de orden.
e) Para todo $n \in \mathbb{Z}$, se tiene que $n^8 \equiv n \pmod{8}$.
c) Si X es un conjunto finito y $f : X \mapsto X$ es una función inyectiva, entonces f es también sobreyectiva.
f) Toda permutación de S_n , con $n \geq 2$ que tenga orden impar tiene signatura 1.

2. [1 punto] Encontrar todas las soluciones del siguiente sistema de recurrencias:

$$\begin{cases} x \equiv 11 \pmod{6} \\ x \equiv -3 \pmod{5} \end{cases}$$

3. Sea el conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ y consideremos la relación \mathcal{R} definida en $A \times A$ dada por

$$(m, n) \mathcal{R} (p, q) \iff [3m - n = 3p - q]$$

- a) [1 punto] Probar que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.
b) [1 punto] Calcular el número de clases de equivalencia.

4.

a) [1 punto] Hallar el orden de la permutación σ de S_{20} producto de los tres ciclos que se indican

$$\sigma = (1, 2, 3) \cdot (12, 13) \cdot (16, 17, 18, 19, 20)$$

- b) [1 punto] Encontrar, o justificar que no existe, una permutación σ en S_{20} con
i) $\text{orden}(\sigma) = 17$,
ii) $\text{orden}(\sigma) = 143$.

5. [1 punto] Encontrar los factores irreducibles en $\mathbb{Z}[x]$ del polinomio

$$p(x) = 2x^3 + x^2 + x - 1.$$

6. [1 punto] Sea G un grupo conmutativo. Sea n un cierto entero, $n \geq 1$, y considérese

$$H_n = \{x \in G : \text{orden}(x) \text{ divide a } n\}.$$

Probar que H_n es un subgrupo de G .