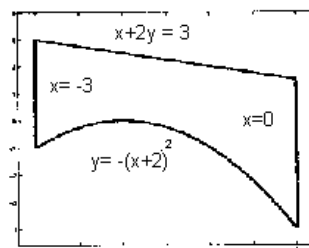


ANÁLISIS MATEMÁTICO II
Examen Final, 4/6/2002 (Modelo 2)

1. El área de la región representada en la figura es:
 A) $39/4$ B) $40/3$ C) $25/2$ D) 12 E) $53/5$.



2. El valor de la integral triple $\int \int \int_D f(x, y, z) \, dx dy dz$, para $f(x, y, z) = xy - 1$,

$$D = \{(x, y, z), 0 \leq z \leq 4 - 4(x^2 + y^2), x \geq 0, y \geq 0\}$$

es:

- A) $(1 + 3\pi)/6$ B) $(1 - 3\pi)/6$ C) $(2 - 4\pi)/3$ D) $(4 + 6\pi)/3$ E) $(1 + 8\pi)/6$.

INDICACIÓN: Puede resultar útil realizar un cambio a coordenadas cilíndricas.

3. Los valores máximo y mínimo absolutos de la función $f(x, y) = 4x^2 - y^2 - 4$ en el conjunto

$$D = \{(x, y) \mid x^2 \leq y \leq 8 - x^2\}$$

son:

- A) 2 y -68 B) 0 y -66 C) 2 y -66 D) 2 y -2 E) 0 y -68 .

4. La ecuación del plano tangente a la cuádrica $2x^2 + y^2 + z^2 = 4$ en el punto $(1, 1, 1)$ es:

- A) $2x + y + z = 4$ B) $x + y + z = 4$ C) $x + 2y + z = 4$ D) $x - y + z = 4$ E) $x + y + 2z = 4$.

5. El polinomio de segundo grado que mejor aproxima a la función $f(x, y) = 2e^{(x-1)^2} \cos(y)$ en un entorno del punto $(1, 0)$ es

- A) $4 - 4x + x^2 - y^2$
 B) $2 - 2x + x^2 - y^2/2$
 C) $2 - 2x + x^2 + y^2$
 D) $2 - 2x + x^2 + y^2/2$
 E) $4 - 4x + 2x^2 - y^2$

6. La función definida como $f(x, y) = xy/\sqrt{x^2 + y^2}$ si $(x, y) \neq (0, 0)$, $f(0, 0) = 0$ verifica

- A) f no es continua en algún punto de \mathbf{R}^2 .
 B) f es continua y diferenciable en todo \mathbf{R}^2 .
 C) f es continua en $(0, 0)$ pero no existen las derivadas parciales en dicho punto.
 D) f es continua en $(0, 0)$ y existen las derivadas parciales en dicho punto pero no es diferenciable.
 E) f está globalmente acotada en \mathbf{R}^2 .

1. Esbozar las curvas de nivel de valor k de la función $f(x, y) = 2(x + 2)^2 + 2y^2$. Describir el comportamiento de estas curvas conforme varía k .

2. Realizar un bosquejo de las secciones de la gráfica de f obtenidas mediante su intersección con los planos $x = -2$ e $y = 0$ respectivamente y esbozar la gráfica de f .

3. Determinar a qué curva de nivel pertenece el punto $(-2, 1)$ y calcular su longitud.

4. Demostrar que para todo punto (x_0, y_0) perteneciente a la curva de nivel k se tiene que el vector $\nabla f(x_0, y_0)$ es perpendicular a la curva en dicho punto.