

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Primer Curso de Ingeniería Informática - 11 de Septiembre del 2002

MODELO 1

Orientaciones generales:

- El examen dura tres horas. No se permite el uso de apuntes ni de calculadoras.
- Poner el nombre, dos apellidos, el DNI, el número de modelo y el número de grupo.
- Como norma no se permite salir del aula hasta entregado el examen, y nunca antes de pasado media hora desde el inicio del examen.
- Cualquier problema vale 1.25 puntos.
- Las respuestas equivocadas descuentan 0.25 puntos.

1. Se consideran la serie y la integral impropia siguientes

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lg n}{2\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \int_1^{\infty} \left(\frac{\lg x}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$$

(lg designa el logaritmo neperiano). Dígase cual de las siguientes afirmaciones es cierta

- A) La serie converge y la integral diverge;
- B) Ambas convergen;
- ☒ C) Ambas divergen;
- D) La serie diverge y la integral converge.

2. Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = x^2 + 2\cos x$. Dígase cual de las siguientes afirmaciones es cierta

- ☒ A) f tiene un máximo global en $x = 0$; \rightarrow máximo
- B) Los puntos $x = 2k\pi$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ son puntos de inflexión;
- ☒ C) $f(x) \geq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$;
- D) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xf''(x)}{f'(x)} = 1$.

3. Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos kx}{x^2} & \text{si } x > 0 \\ 3 - 2\sqrt{2} & \text{si } x = 0 \\ \frac{2(x + \sin kx)^2}{x^2(2 + \sin kx)} & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Dígase para qué valores de k es f continua en todo \mathbb{R} .

- A) $-2 + \sqrt{2}$, $-2 - \sqrt{2}$; ☒ B) $-2 + \sqrt{2}$; C) $-2 - \sqrt{2}$; D) -1 , 1 .

4. El límite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x \operatorname{arctg} \sqrt{t} \, dt$$

vale

- A) π ; B) $\frac{\pi}{2}$; ☒ C) $-\frac{\pi}{2}$; D) $\frac{3\pi}{2}$.

5. Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{ax^2+bx+c}$, donde a , b , c son unas constantes, $a \neq 0$.

- A) La función f siempre tiene un mínimo y un máximo locales;
 B) La función f no puede tener puntos de inflexión;
☒ C) La función f tiene dos puntos de inflexión si $a < 0$ y no tiene puntos de inflexión si $a > 0$;
 D) f puede tener más de dos puntos de inflexión.

6. La integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^3 \cos x \, dx$$

vale

- A) $\frac{\pi^3}{8} + 4\pi + 6$; ☒ B) $\frac{\pi^3}{8} - 3\pi + 6$; C) $\frac{\pi^3}{16} - 3\pi + 2$; ☒ D) $\frac{\pi^3}{8} + 3\pi + 6$.

7. El área comprendida por las curvas $y = \frac{x}{1+x^2}$ e $y = \frac{1}{2}|x|$ vale

- ☒ A) $\ln 2 - \frac{1}{2}$; B) $\ln 2 + \frac{1}{2}$; C) $\frac{1}{2}(\ln 2 + \frac{1}{2})$; ☒ D) $\frac{1}{2}(\ln 2 - \frac{1}{2})$.

8. La integral

$$\int_0^1 \frac{x^3 + x^2 + 9x + 7}{x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4} \, dx$$

vale

- ☒ A) $\ln \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \pi$; B) $\ln 3 - \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2}$; C) $\ln 3 + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$; ☒ D) $\ln \frac{3}{2} - \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2}$.