

Matemática Discreta
Tercer curso Matemáticas
6 de septiembre de 2002

1. (2 puntos) Decide si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, razonando el porqué:

- (a) Alguien nos proporciona una matriz $n \times n$ cuyas entradas son 0, 1 ó -1 . Sin necesidad de mirarla, podemos asegurar que, entre todas las sumas por filas, columnas y diagonales (hay dos diagonales) de las entradas de la matriz, hay, al menos, dos que coinciden.
- (b) Fijamos un $\lambda > 0$ y consideramos una variable aleatoria X que toma valores en $\{0, 1, 2, \dots\}$. Cada valor se toma con probabilidad

$$p_n = \mathbf{P}(X = n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}, \quad \text{para cada } n \geq 0$$

(distribución de Poisson). Entonces, la media de esta variable es $\mathbb{E}(X) = \lambda$.

2. (2 puntos) Queremos apostar a las quinielas (14 partidos, tres posibles resultados, 1, X, 2).

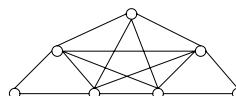
- (a) ¿Cuántas apuestas habrá que rellenar para asegurarnos el acierto?
- (b) ¿Y si nos aseguran que no saldrán símbolos iguales en posiciones consecutivas?
- (c) ¿Y si nos dicen que habrá, exactamente, 6 doses?
- (d) ¿Y si nos aseguran que no habrá más de 6 doses?

3. (2 puntos) Queremos repartir 1000 euros entre cuatro personas, P_1, \dots, P_4 (se entiende que cada uno recibirá una cantidad entera de euros), con las siguientes condiciones:

- P_1 se lleva, al menos, la mitad de la cantidad total;
- P_2 , si recibe algo, será en monedas de 2 euros;
- P_3 seguro que recibe algo en el reparto;
- P_4 , por último, tiene algo menos de suerte, y o bien recibe un euro, o bien se va de vacío.

¿Cuántos repartos distintos se podrán hacer? (un reparto es, simplemente, decidir cuánto recibe cada uno).

4. (2 puntos) Consideremos el siguiente grafo:



¿Cuál es su número cromático? ¿De cuántas formas distintas se podrá colorear si tenemos a nuestra disposición 17 colores?

5. (2 puntos) Encontrar una fórmula para los números a_n que satisfacen la siguiente ecuación de recurrencia: $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2} + 2^n$, para $n \geq 2$, junto con las condiciones iniciales $a_0 = 0$ y $a_1 = \frac{4}{3}$.

El siguiente ejercicio supone un punto extra.

6. (1 punto) Consideramos el grafo completo con 6 vértices (por ejemplo, podemos dibujarlo como un hexágono regular con todas las aristas posibles). Coloreamos sus **aristas** con dos colores, digamos azul y rojo. Demostrar que, sea cual sea la coloración realizada, siempre habrá un **triángulo** cuyas aristas llevan el mismo color.