

TALF II

Examen final - 2 de febrero de 2007

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
---	---	---	---	---	---	---	---	---	-------

Nombre:

Apellidos:

Cuestión 1 (1,5 puntos):

- a) ¿Qué demuestra el Teorema de la Parada de Turing?
- b) En la demostración de dicho teorema, se supone que existe una máquina de Turing (H), que resuelve el problema de la parada ¿Qué se le pasaría a la máquina H en su cinta, y que haría con esos datos?
- c) En la demostración de dicho teorema, ¿cómo se modifica H para obtener una nueva máquina H'? ¿Qué se le pasaría a la máquina H' en su cinta, y que haría con esos datos?

d) En la demostración de dicho teorema, ¿cómo se modifica H' para obtener una nueva máquina H'' ? ¿qué haría la máquina H'' si se ponen en su cinta las tuplas de la máquina de Turing que cuenta el número de unos en una cinta?

e) Concluye la demostración del teorema de la parada de la máquina de Turing.

Cuestión 2 (1 punto):

- a) ¿Qué le dirías a un colega que te comunicara que ha encontrado un algoritmo polinomial que resuelve un determinado problema NP?
- b) ¿Qué le dirías a un colega que te comunicara que ha encontrado un algoritmo polinomial que resuelve un determinado problema NP-completo?
- c) ¿Qué le dirías a un colega que te comunicara que ha encontrado un sistema formal que, curiosamente, además es recursivo enumerable?
- d) ¿Qué le dirías a un colega que te comunicara que ha encontrado un sistema formal recursivo para el que puede demostrar que no existe procedimiento de decisión?
- e) ¿Qué le dirías a un colega que te comunicara que ha encontrado un sistema formal que tiene como interpretación significativa y completa la teoría de los números naturales?

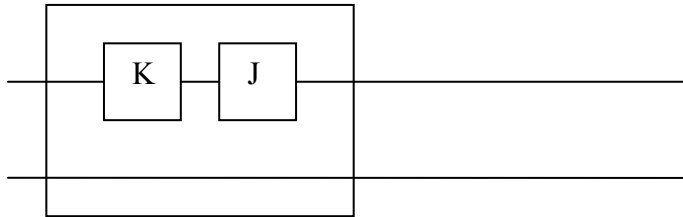
Cuestión 3 (0,75 puntos): Comprueba cuál es el resultado de aplicar la función lambda $\lambda abfx.af(bfx)$ a los argumentos $\lambda fx.f(f(x))$ y $\lambda fx.f(x)$ en ese orden.

Cuestión 4 (1 punto): Sea el siguiente problema: “Dado un grafo, colorear cada uno de sus nodos bien en rojo, o en verde o en azul, de manera que dos nodos adyacentes no tengan el mismo color”. Demuestra que este problema puede ser convertido en un problema SAT en tiempo polinomial. No se pide escribir la cláusula SAT equivalente, sino sólo demostrar que sería posible escribirla.

Cuestión 5 (0,75 puntos): Encuentra la expresión lambda que es equivalente al siguiente pseudocódigo. Se pueden usar como macros todas las funciones vistas en clase, así como la decrementación.

```
int SumaPares(int a){
    int n=0;
    while(a>0){
        n+=(2*a);
        a--;
    }
    return(n);
}
```

Cuestión 6 (1 punto): Sea la puerta cuántica K de un qbit, tal que si recibe un cero puro devuelve un cero puro, y si recibe un uno puro devuelve $-|1\rangle$ (es decir, un uno puro, pero con el signo cambiado). Sea la puerta cuántica J de un qbit, tal que si recibe un cero puro devuelve $|0\rangle - |1\rangle$ y si recibe un uno puro devuelve $|0\rangle + |1\rangle$. Encuentra la matriz que representa a la siguiente puerta cuántica de dos qbits y empléala para comprobar cual es la salida de dicha puerta si la entrada es mitad de $|00\rangle$ y mitad de $|11\rangle$. (Recomendación: primero encontrar la matriz K, luego la J, luego la que representa la acción conjunta de K y J y finalmente la de la puerta de dos qbits)



Cuestión 7 (1,5 puntos):

a) ¿Qué demuestra el Teorema de Gödel?

b) ¿Para qué números naturales a y a' se cumple la propiedad $\text{PAR_DE_PRUEBA_TNT}(a, a')$?

c) Demuestra si existe una expresión TNT cuya interpretación significativa sea la anterior propiedad.

d) ¿Para qué números naturales a'' y a' se cumple la propiedad $\text{ARITMOQUINEREAR}(a'', a')$?

e) Demuestra si existe una expresión TNT cuya interpretación significativa sea la anterior propiedad.

f) A partir de la siguiente expresión TNT, acabar la demostración del Teorema de Gödel:

$\neg \exists a: \exists a': \langle \text{PAR_DE_PRUEBA_TNT}\{a, a'\} \wedge \text{ARITMOQUINEREAR}\{a'', a'\} \rangle$

Cuestión 8 (1,5 puntos):

- a) ¿Qué demuestra el Teorema de Cook?

- b) La demostración del teorema de Cook parte de una Máquina de Turing no Determinista (MTND) y una cinta. ¿Qué hay en dicha cinta? ¿Cuál es esa MTND (de dónde sale)?

- c) ¿Qué variables va a tener la cláusula SAT equivalente? ¿Cuántas variables distintas (aproximadamente) tendrá la cláusula SAT equivalente?

- d) Escribir (de manera sucinta) la sentencia SAT que se obtiene

- e) Una vez solucionado el anterior problema SAT ¿cómo se obtiene la solución del problema original?

Cuestión 9 (1 punto):

- a) Define la función $\Sigma(n)$, también llamada del “castor hacendoso”

- b) Demuestra que la función $\Sigma(n)$ no es computable.